

文章编号: 1000-4750(2007)11-0088-05

钢筋混凝土梁长期变形的计算

孙海林, *叶列平, 冯 鹏

(清华大学土木工程系 结构工程与振动教育部重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 基于受弯等效原则对混凝土徐变和收缩引起的截面曲率增大系数进行了分析, 进而得到了钢筋混凝土梁的附加变形增大系数, 计算公式形式简单、概念清楚、适用于以受弯荷载为主的钢筋混凝土梁的长期变形计算。与该文中 3 根试验梁和文献中 31 根试验梁的试验结果对比分析表明, 建议方法计算结果与试验结果吻合较好, 且优于文献其它方法。

关键词: 附加挠度增大系数; 收缩; 徐变; 钢筋混凝土梁; 受弯

中图分类号: TU375.1 文献标识码: A

LONG-TERM DEFLECTION PREDICTION OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

SUN Hai-lin, *YE Lie-ping, FENG Peng

(Key Laboratory for Structural Engineering and Vibration of the Ministry of Education, Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Three high-strength lightweight aggregate concrete beams were tested for long-term deflections. By comparison with the test results of 3 beams in this paper and 31 beams in other references, it is found that the design methods in corresponding standards and other existing models are not consistent with the test results. Based on equivalent bending moment method, section curvature induced by shrinkage and creep is analyzed. A simplified approach to evaluate creep and shrinkage effects in cracked concrete beams is presented, which considers creep and shrinkage deflections separately. With a clear physical concept and a simple formulation, the values obtained by the proposed method are found to be in good agreement with the test results and improvement is observed in comparison with the other existing methods.

Key words: long-term deflection multiplier; shrinkage; creep; reinforced concrete beams; bending

由于徐变和收缩等原因, 钢筋混凝土梁在荷载长期作用下, 其变形会不断增大, 对混凝土结构的长期使用性能产生一定的影响。一般用长期挠度增大系数或附加挠度增大系数来反映钢筋混凝土梁的长期变形大小, 附加挠度增大系数 λ 是长期挠度增量与初始挠度的比值:

$$\lambda = \frac{\delta_l - \delta_i}{\delta_i} \quad (1)$$

式中: δ_l 为梁的长期挠度(包括加载瞬时挠度和长期挠度增量); δ_i 为短期加载时梁的初始挠度。

国内外进行了很多钢筋混凝土梁的长期变形试验和研究^[1~5], 提出了很多实用的计算方法, 并在有关设计规范中进行了规定, 如 ACI435^[6]、ACI318^[7]、

收稿日期: 2006-04-21; 修改日期: 2006-07-07

基金项目: 交通部 2002 年西部开发交通科技项目(2002-318-767-31)

作者简介: 孙海林(1978), 男, 山东诸城人, 博士生, 从事高强轻骨料混凝土结构的长期性能研究(E-mail: shunhailin@cadg.cn);

*叶列平(1960), 男, 浙江温州人, 教授, 博士, 博导, 从事结构工程研究(E-mail: ylp@tsinghua.edu.cn);

冯 鹏(1977), 男, 陕西耀县人, 讲师, 博士, 从事结构工程研究(E-mail: fengpeng@tsinghua.edu.cn).

我国《混凝土结构设计规范》^[8]和《轻骨料混凝土桥梁技术规程》^[9]、Pietorius^[10]等。这些方法中,ACI435方法将长期变形分成收缩和徐变变形两部分,根据材料收缩应变和徐变系数进行计算,考虑了受压配筋率的影响;ACI318、我国《混凝土结构设计规范》和轻桥规采用简化方法,没有将收缩和徐变变形分开计算,ACI318和混凝土规范考虑了受压配筋率影响,轻桥规没有考虑受压配筋率的影响;Pietorius方法将收缩和徐变合并一起用徐变系数计算,考虑了受压配筋率等的影响。在与本文和文献中长期试验结果对比中发现,这些现有方法的误差较大。本文采用受弯等效方法推导了收缩和徐变引起的截面曲率变形的增大系数,进而得到钢筋混凝土梁附加挠度增大系数的计算方法,与试验对比分析结果表明,所建议的长期变形预测公式优于现有计算方法。

1 基本假设

徐变和收缩是引起钢筋混凝土梁长期变形增大的主要原因,徐变变形与荷载有关,而收缩变形与荷载无关,两者导致长期变形增大的机理并不相同。因此一般建议将徐变变形和收缩变形分开计算^[6]。图1给出了矩形钢筋混凝土梁截面计算示意图,计算时假设:

- 1) 理论分析和文献试验研究表明,长期荷载下受拉钢筋应力变化不大^[3,4],故不考虑受拉区钢筋应力增加;
- 2) 混凝土受压区应力小于 $0.5f_c$, 为线性徐变,且应力与应变关系近似线弹性;
- 3) 不考虑长期荷载作用下中和轴的偏移;
- 4) 在短期正常试验荷载下,受拉区混凝土已开裂,不考虑受拉区混凝土应力。

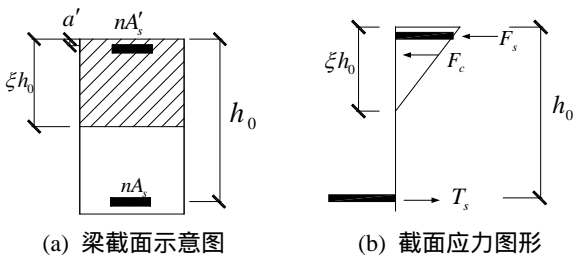


图1 短期荷载示意图
Fig.1 Cross section under short-term loading

根据图1短期荷载作用下截面轴力与弯矩平衡条件,可得截面相对受压区高度 ξ :

$$\xi = n(\rho + \rho') \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2(\rho + u'\rho')}{n(\rho + \rho')^2}} \right] \quad (2)$$

式中: ξ 是相对受压区高度; h_0 是截面有效高度; u' 是受压钢筋保护层厚度 a' 与截面有效高度 h_0 的比值; A_s 和 A'_s 分别是受拉和受压钢筋面积; ρ 和 ρ' 分别是受拉和受压配筋率; n 是钢筋与混凝土弹性模量的比值。

2 徐变变形计算

图2给出了长期荷载下截面徐变变形的计算示意图^[11], ε_i 为加载时截面受压边缘混凝土受压应变; ε_s 是钢筋受拉应变; φ 是徐变系数。

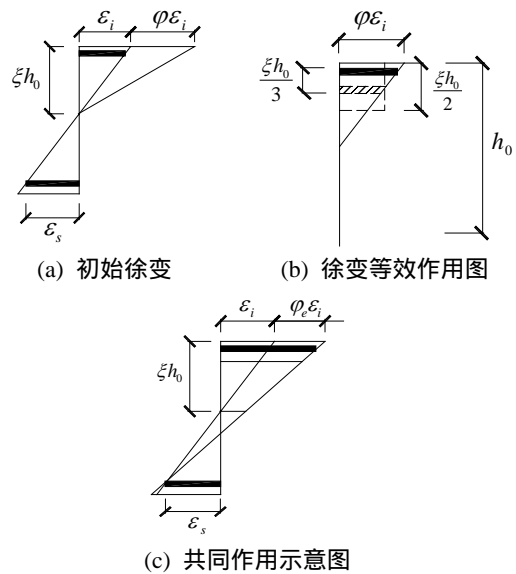


图2 徐变变形计算示意图
Fig.2 Computation of creep deflection

根据平截面假定,由图2(a)可知,短期荷载下截面应变有以下关系:

$$\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_s} = \frac{\xi}{1 - \xi} \quad (3)$$

不考虑截面应力重分布,截面顶部产生的混凝土受压徐变为 $\varphi\varepsilon_i$ 。根据受弯等效,如图2(b)所示,中和轴以上混凝土面积在混凝土应力形心处的等效面积为 $0.5\xi bh_0$,应力为 $2E\varepsilon_i/3$ 。近似假设受压钢筋距梁顶 $0.1h_0$,即 $u' = 0.1$,并考虑钢筋形心处变形协调(见图2(b)和图2(c)),则受压钢筋在混凝土应力形心处的等效面积为:

$$A'_{se} = \left(\frac{\xi h_0 - 0.1h_0}{2\xi h_0/3} \right)^2 A'_s = \left(\frac{\xi - 0.1}{2\xi/3} \right)^2 A'_s \quad (4)$$

我国《混凝土结构设计规范》取正常使用阶段

的内力臂系数为 0.87^[8]，故有 $\xi \approx 0.39$ ，本文近似取 $\xi = 0.4$ ，则有 $A'_{se} = 1.266A'_s$ 。因此，受压钢筋的有效约束配筋率为：

$$\rho'_e = \frac{1.266A'_s}{0.5\xi bh_0} \approx 6.3\rho' \quad (5)$$

由于受压钢筋约束，则梁顶混凝土徐变为：

$$\varepsilon_c = \frac{\varphi\varepsilon_i}{1+n\rho'_e} = \frac{\varphi\varepsilon_i}{1+6.3n\rho'} = \varphi_e\varepsilon_i \quad (6)$$

因此，由徐变引起的截面曲率增大系数为：

$$\lambda_c = \frac{\phi_c}{\phi_i} = \frac{\frac{\varphi_e\varepsilon_i}{\varepsilon_i + \varepsilon_s}}{\frac{h_0}{\varepsilon_i + \varepsilon_s}} = \frac{\varphi_e\varepsilon_i}{\varepsilon_i + \frac{1-\xi}{\xi}\varepsilon_s} = \xi\varphi_e = \frac{\xi\varphi}{1+6.3n\rho'} \quad (7)$$

式中： ϕ_c 是徐变产生的截面曲率增量； ϕ_i 是加载瞬时截面曲率。

由于徐变变形还会引起截面应力重分布，使得受压边缘混凝土的压应变小于 $\varphi\varepsilon_i$ ，同时考虑到收缩和徐变还存在相互影响，因此建议将式(7)乘以折减系数 K ，则有，

$$\lambda_c = \frac{K \cdot \xi\varphi}{1+6.3n\rho'} \quad (8)$$

图3给出了式(7)计算值与数值分析计算值的对比，通过线性拟合，得到折减系数 $K = 0.77$ 。

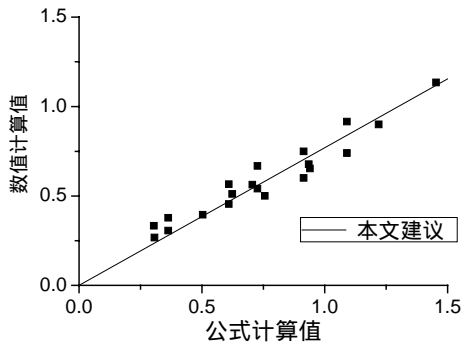


图3 式(7)计算值与数值分析计算值的关系

Fig.3 Comparison between the predicted results according to equation 7 and the numerical results

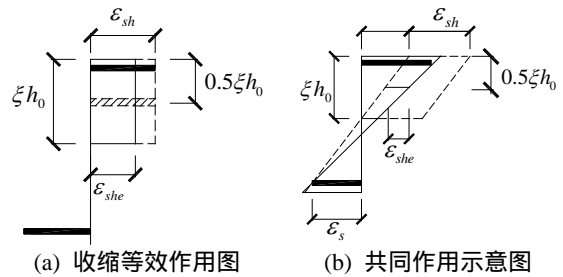
3 收缩变形计算

对于对称配筋混凝土梁，在受拉区无裂缝的情况下，收缩不致发生显著翘曲变形，但出现裂缝后则会使得截面刚度不对称，则会导致发生截面翘曲，但现有方法在计算收缩变形时认为对称配筋不会产生翘曲变形^[6]。

图4给出了考虑受压钢筋的收缩变形计算示意

图^[12]。由图4(a)可知，收缩作用与应力无关，为均匀变形，则中和轴高度以上收缩作用形心距梁顶 $0.5\xi h_0$ ，与受压区形心重合，受压混凝土面积在形心处等效面积为 ξbh_0 。近似假设受压钢筋距梁顶 $0.1h_0$ ，并考虑钢筋形心处变形协调(见图2(b)，图2(c))，取 $\xi = 0.4$ ，按照受弯等效原则，则钢筋在形心处的等效面积为：

$$A'_{se} = \left(\frac{0.4h_0 - 0.1h_0}{0.5 \times 0.4h_0} \right)^2 A'_s = 2.25A'_s \quad (9)$$



(a) 收缩等效作用图 (b) 共同作用示意图

图4 收缩变形计算示意图

Fig.4 Computation of shrinkage deflection

则受压钢筋收缩有效约束配筋率为：

$$\rho'_e = \frac{2.25A'_s}{\xi bh_0} = \frac{2.25}{\xi} \rho' = 5.6\rho' \quad (10)$$

由于受压钢筋约束，则上部截面形心混凝土有效收缩为：

$$\varepsilon_{she} = \frac{\varepsilon_{sh}}{1+n\rho'_e} = \frac{\varepsilon_{sh}}{1+5.6n\rho'} \quad (11)$$

则由图4(b)可得收缩引起的附加曲率为：

$$\phi_{sh} = \frac{\varepsilon_{she}}{h_0 - 0.2\xi h_0} \quad (12)$$

近似取 $h = 1.1h_0$ ，则式(12)成为：

$$\phi_{sh} \approx \frac{1.38}{1+5.6n\rho'} \cdot \frac{\varepsilon_{sh}}{h} = \alpha_{sh} \cdot \frac{\varepsilon_{sh}}{h} \quad (13)$$

式中 α_{sh} 是考虑钢筋约束的综合影响系数。

跨中收缩变形为：

$$\delta_{sh} = k_{sh}\phi_{sh}l^2 = k_{sh} \left(\alpha_{sh} \frac{\varepsilon_{sh}}{h} \right) l^2 \quad (14)$$

式中， k_{sh} 是结构类型系数，收缩作用相当于梁端加等效弯矩。对于简支梁，根据结构力学的图乘法，梁端两侧单位弯矩产生的跨中变形为 $0.125l^2/EI$ ， EI 为单元刚度，故取 $k_{sh} = 0.125$ ；对于悬臂梁，同理可得 $k_{sh} = 0.5$ 。

4 附加挠度增大系数和计算结果对比

因为梁的挠度与截面曲率成正比，故由上述徐

变和收缩引起的截面曲率增大系数可得附加挠度增大系数为：

$$\lambda = \lambda_c + \frac{\delta_{sh}}{\delta_i} \quad (15)$$

式中， δ_i 是结构加载瞬时变形，可以根据规范或文献建议的钢筋混凝土梁短期变形计算方法确定。

本文进行了3根100mm×200mm×4000mm的高强轻骨料混凝土梁的长期荷载试验。表1给出了本文和文献的试验梁资料，Washa^[1]、Paulson^[2]、Corley^[3]和Bakoss^[4]是普通混凝土梁，文献[5]是轻

骨料混凝土梁。表1给出了本文和文献试验梁的附加挠度增大系数试验值与本文建议方法计算值的对比，表2给出了文献其它计算方法与本文和文献试验梁试验值对比的统计结果。由表1和表2可知，本文建议方法的计算结果与试验结果吻合较好，计算值与试验值之比的平均值为0.994，变异系数为0.145；混凝土规范方法计算值与试验值比较接近，但变异系数非常大；ACI318和ACI435方法的平均值和变异系数都较大；Pietorius方法计算值偏小，变异系数偏大。

表1 试验梁参数

Table 1 Details of tested beams

试验来源	构件编号	b/mm	h/mm	跨度L/m	徐变系数	收缩应变/10 ⁻⁶	受拉配筋率/(%)	受压配筋率/(%)	附加挠度增大系数		
									试验值	本文建议值	
本文试验	LD50-1	100	200	3.8	1.17	653	1.889	0.556	1.20	1.04	
	LD50-2	100	200	3.8	1.17	653	1.889	1.889	0.70	0.72	
	LD60-3	100	200	3.8	1.24	736	1.889	0.556	1.09	1.16	
丁大钧 ^[5]	CTL1	100.7	180.3	2.8	1.5	500	0.659	0	0.99	0.87	
	CTL2	99.3	180.7	2.8	1.5	500	1.015	0	0.79	0.77	
	CTL3	104.3	143	2.8	1.5	500	1.309	0	0.81	0.76	
	CTL4	100.3	141	2.8	1.5	500	1.926	0	0.74	0.83	
	CTL5	101.3	121.3	2.8	1.5	500	1.609	0	0.81	0.82	
	CTL6	101.3	120.5	2.8	1.5	500	2.465	0	0.80	0.83	
Washa ^[1]	B1、B4	152	203	6.1	4.12	662	1.676	1.676	1.18	1.17	
	B2、B5	152	203	6.1	4.12	662	1.676	0.838	1.61	1.49	
	B3、B6	152	203	6.1	4.12	662	1.676	0	2.27	2.07	
	C1、C4	305	127	6.34	4.12	662	1.665	1.665	0.99	1.22	
	C2、C5	305	127	6.34	4.12	662	1.665	0.833	1.32	1.54	
	C3、C6	305	127	6.34	4.12	662	1.665	0	1.95	2.13	
	D1、D4	305	127	3.81	4.12	662	1.665	1.665	1.32	1.20	
	D2、D5	305	127	3.81	4.12	662	1.665	0.833	1.38	1.51	
	D3、D6	305	127	3.81	4.12	662	1.665	0	1.73	2.09	
	E1、E4	305	76.2	5.34	4.52	705	1.584	1.584	1.09	1.27	
E2、E5	305	76.2	5.34	4.52	705	1.584	0.792	1.31	1.61		
E3、E6	305	76.2	5.34	4.52	705	1.584	0	1.94	2.19		
Paulson ^[2]	A-0	127	254	5.49	0.94	227	1.503	0	0.54	0.44	
	A-1	127	254	5.49	0.94	227	1.503	0.752	0.54	0.35	
	A-2	127	254	5.49	0.94	227	1.503	1.503	0.47	0.29	
	B-0	127	254	5.49	1.7	260	1.503	0	0.70	0.71	
	B-1	127	254	5.49	1.7	260	1.503	0.752	0.53	0.52	
	B-2	127	254	5.49	1.7	260	1.503	1.503	0.53	0.41	
	C-0	127	254	5.49	1.64	341	1.503	0	0.71	0.75	
	C-1	127	254	5.49	1.64	341	1.503	0.752	0.56	0.55	
C-2	127	254	5.49	1.64	341	1.503	1.503	0.43	0.43		
Corley ^[3]	C1	76	152.4	2.134	3	300	1.365	0	1.42	1.30	
	C3	76	109.5	2.134	3	300	2.030	0	1.19	1.25	
	C4	76	109.5	2.134	3	300	3.050	0	1.54	1.46	
Bakoss ^[4]	1B2	100	150	3.75	2.5	700	1.640	0	1.81	1.81	
									计算值	平均值	0.994
									试验值	变异系数	0.145

表 2 附加挠度增大系数的统计结果

Table 2 Comparisons of predicted versus measured deflections

计算公式	计算值/试验值	
	平均值	变异系数
ACI318	1.378	0.390
ACI435	1.775	0.222
混凝土规范	0.937	0.431
轻桥规	0.760	0.494
Pietorius	0.901	0.302

5 结语

本文基于受弯等效原则分别推导了钢筋混凝土梁的徐变和收缩引起的截面曲率变形增大系数,进而得到了钢筋混凝土梁的长期变形增大系数近似计算公式。对本文和文献的 34 根简支混凝土矩形梁的附加挠度增大系数试验值进行了计算分析,结果表明现有方法无法准确预测矩形梁的附加挠度增大系数,本文建议方法的计算结果与试验结果吻合较好,且优于其它文献方法。本文建议公式适用于以受弯荷载为主且已经开裂的钢筋混凝土梁。

参考文献:

- [1] Washa G W, Fluck P G. Effect of compressive reinforcement on the plastic flow of reinforced concrete beams [J]. ACI Journal, Proceedings, 1952, 49(2): 89~108.
- [2] Paulson K A, Nilsson A H, Hover K C. Long-term deflection of high-strength concrete beams [J]. ACI Material Journal, 1991, 88(2): 197~206.
- [3] Corley W G, Sozen M A. Time dependent deflections of reinforced concrete beams [J]. ACI Journal, Proceedings, 1966, 63(3): 373~386.
- [4] Bakoss S L, Gilbert R I, Faulkes K A. Long-term

deflections of reinforced concrete beams [J]. Magazine of Concrete Research, 1982, 34(121): 203~212.

- [5] 丁大钧, 庞同和, 金芷生. 钢筋混凝土及预应力混凝土受弯构件在长期荷载作用下的试验研究和刚度计算建议[R]. 南京: 东南大学, 1983.
Ding Dajun, Pang Tonghe, Jin Zhisheng. Experimental research on reinforced concrete and prestressed concrete flexure members under long-term loading and calculation proposal for stiffness [R]. Nanjing: Southeast University, 1983. (in Chinese)[0]
- [6] ACI 435. Control of deflection in concrete structures [S]. USA: American Concrete Institute, 1995.
- [7] ACI 318. Building code requirements for reinforced concrete [S]. USA: American Concrete Institute, 1989.
- [8] GB50010-2002, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
GB50010-2002, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese)
- [9] CECS202:2006, 轻骨料混凝土桥梁技术规程[S]. 北京: 中国计划出版社, 2006.
CECS202:2006, Specification for design of lightweight aggregate concrete bridges [S]. Beijing: China Planning Press, 2006. (in Chinese)
- [10] Pietorius P C. Deflection of reinforced concrete members: a simple approach [J]. ACI Journal, 1985, 82(6): 805~812.
- [11] 叶列平. 混凝土结构(上册)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
Ye Lieping. Concrete structures [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)[0]
- [12] American concrete institute. Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures [R]. Manual of Concrete Practice: ACI 209R-92, Farmington Hills, 1992.